

제6장 마찰

6-1 서론

- 마찰력(friction force)
 - 미끄러짐을 막는 힘
 - 접촉면에서 발생하는 접선방향 힘
- 마찰 현상: 열 발생 → 에너지 손실을 초래
- 마찰 최소화 필요: 브레이크, 벨트 구동, 클러치, 뿔기 등
- 마찰 최소화 필요: 많은 기계 부품들(구동)
 - 동력 나사, 기어, 베어링 등

2019-06-04

Chap6-마찰

1

2019-06-04

Chap6-마찰

2

A편 마찰 현상

6.2 마찰의 유형

- 건마찰 (Dry friction, Coulomb friction)**
 - 두 고체의 운동하지 않은 표면이 서로 미끄러지거나, 그런 경향을 갖고 접촉하는 경우에 발생
 - 마찰력은 운동방향 혹은 운동하려는 방향의 반대방향으로 작용
 - 정역학, 고체역학에서 주로 취급
- 유체 마찰 (Fluid friction)**
 - 유체(액체나 기체)층이 서로 다른 속도로 이동할 때 유체층 간의 상대속도에 의해 발생
 - 유체역학에서 주로 취급
- 내부 마찰 (Internal friction)**
 - 외력을 받는 고체 재료 내부에서 발생
 - 소성 변형은 내부 마찰에 의한 에너지 손실이 크므로, 외력 제거시 영구 변형 발생
 - 탄성 변형은 내부 마찰에 의한 에너지 손실이 작으므로, 외력 제거시 원상 회복
 - 재료학에서 주로 취급

2019-06-04

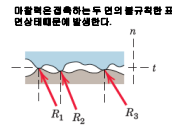
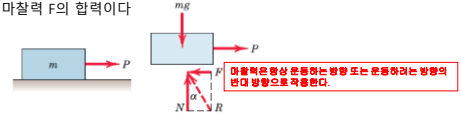
Chap6-마찰

3

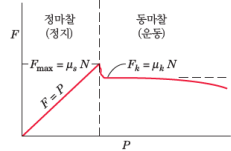
6.3 건마찰

건마찰의 메커니즘

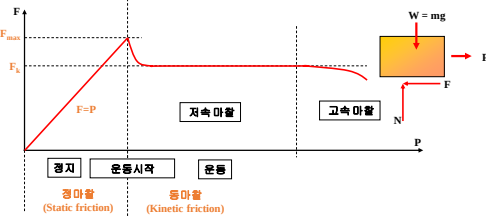
블록을 힘 P 로 당길 때, 지면에 의하여 블록에 작용하는 총 힘 R 은 수직력 N 과 마찰력 F 의 합력이다



운동 직전 상태



실험을 수행하여 마찰력 F 를 P 의 함수로 기록



2019-06-04

Chap6-마찰

5

정마찰

- $F_{max} = \mu_s N$
 - 정마찰력의 최대치는 수직력 N 에 비례
 - 비례상수: 정마찰계수 μ_s
- 정마찰력의 최대치는 마찰력이 최대가 되어 운동이 일어나기 직전에만 적용됨
- 운동이 임박하지 않을 때의 정역학적 평형 조건: $F < F_{max} = \mu_s N$

동마찰

- $F_k = \mu_k N$
 - 동마찰력은 수직력 N 에 비례
 - 비례상수: 동마찰계수 μ_k
- 동마찰력은 운동이 일어나고 있을 때에만 적용됨

정마찰계수 $\mu_s >$ 동마찰계수 μ_k

<부록 D 마찰계수>

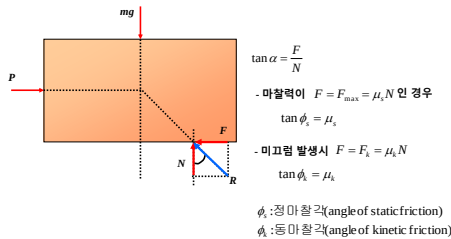
접촉표면	표준 마찰계수 값	
	정적, μ_s	동적, μ_k
강 대 강 (건조)	0.6	0.4
강 대 강 (윤활)	0.1	0.05
테프론 대 강	0.04	0.04
강 대 백랍(예발(건조))	0.4	0.3
강 대 백랍(예발(윤활))	0.1	0.07
황동 대 강 (건조)	0.5	0.4
브레이드와이어 대 주철	0.4	0.3
고무타이어 대 평탄한 포장도로 (건조)	0.9	0.8
와이어로프 대 철제 롤러 (건조)	0.2	0.15
살 브로 대 금속	0.3	0.2
윤활 대 윤활		0.02

2019-06-04

Chap6-마찰

6

마찰각(angle of friction)



2019-06-04

Chap6-마찰

7

마찰 문제의 유형

- 운동 직전의 상태라는 조건이 주어진 경우
 $F_{\max} = \mu_s N$
- 운동 직전 또는 운동 중이라는 조건이 주어지지 않은 경우
 - 정역학적 평형을 가정하고 마찰력 f 를 계산한다.
 - 그 결과 3가지 경우가 가능
 - $F < (F_{\max} = \mu_s N) \rightarrow$ 평형상태를 만족
 - $F = (F_{\max} = \mu_s N) \rightarrow$ 평형상태를 만족, 운동 직전 상태
 - $F > (F_{\max} = \mu_s N) \rightarrow$ 불가능하므로, 평형상태를 만족하지 않고 운동이 발생함
 $\rightarrow$ 실제 마찰력: $F = \mu_k N$
- 접촉 표면에 상대운동이 존재할 경우
 $F = \mu_k N$

2019-06-04

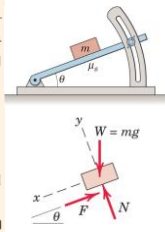
Chap6-마찰

8

예제 6.1

질량 m 인 블록이 미끄러지기 직전까지 경사면이 수평방향과 이룰 수 있는 최대각 θ 를 구하라. 블록과 경사면 사이의 정마찰계수는 μ_s 이다.

- [풀이]** 블록의 자유물체도는 무게 $W=mg$, 수직력 N , 그리고 경사면이 블록에 가하는 마찰력 F 를 보여준다. 마찰력은 그것이 존재하지 않으면 일어날 미끄럼 방향에 반대 방향으로 작용한다.
- ① x 와 y 방향의 평형조건은 다음과 같다.
- $$\begin{aligned}
 [\Sigma F_x = 0] \quad & mg \sin \theta - F = 0 \quad F = mg \sin \theta \\
 [\Sigma F_y = 0] \quad & -mg \cos \theta + N = 0 \quad N = mg \cos \theta
 \end{aligned}$$
- 첫째 식을 둘째 식으로 나누면 $F/N = \tan \theta$ 관계가 얻어진다. 최대각은 $F = F_{\max} = \mu_s N$ 일 때 얻어지므로 운동 직전 상태에 대하여 다음 결과를 얻을 수 있다.
- ② $\mu_s = \tan \theta_{\max}$ 또는 $\theta_{\max} = \tan^{-1} \mu_s$



2019-06-04

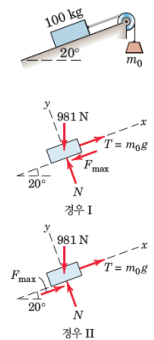
Chap6-마찰

9

예제 6.2

그림에 보인 질량 100 kg의 블록이 경사면을 미끄러져 올라가기도 내려가기도 않게 하는 추의 질량 m_0 의 범위를 정하라. 접촉면에서 정마찰계수는 0.30이다.

- [풀이]** m_0 의 최소값은 블록이 미끄러져 내려가기 직전의 조건에서 얻어진다. 그러므로 블록에 작용하는 마찰력은 경우 I에 대한 자유물체도에서 보는 바와 같이 경사면 아래쪽으로 작용한다. 블록의 무게는 $mg = 100(9.81) = 981$ N이므로 평행방정식은 다음과 같다.
- $$\begin{aligned}
 [\Sigma F_x = 0] \quad & N - 981 \cos 20^\circ = 0 \quad N = 922 \text{ N} \\
 [F_{\max} = \mu_s N] \quad & F_{\max} = 0.30(922) = 277 \text{ N} \\
 [\Sigma F_x = 0] \quad & m_0(9.81) - 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \quad m_0 = 62.4 \text{ kg}
 \end{aligned}$$
- ① m_0 의 최소값은 블록이 미끄러져 내려가기 직전의 상태에서 결정된다. 마찰력은 경우 II에 대한 자유물체도에 표시된 바와 같이 운동하려는 경향에 반대인 위쪽으로 작용한다. x 방향의 평형조건은 다음과 같다.
- $$\begin{aligned}
 [\Sigma F_x = 0] \quad & m_0(9.81) + 277 - 981 \sin 20^\circ = 0 \quad m_0 = 6.01 \text{ kg}
 \end{aligned}$$
- 따라서 m_0 는 6.01~62.4 kg 사이의 임의의 값을 가질 수 있다. 이때 블록은 정지상태에 있게 된다.
- 위의 두 가지 경우 모두 평형을 이루기 위해서는 $F_{\max}$ 과 N 의 합력이 981 N의 무게 및 정적 마찰력 F 한 점에 만나야 한다.



2019-06-04

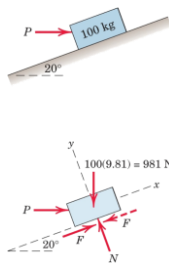
Chap6-마찰

10

예제 6.3

그림과 같은 100 kg의 블록에 작용하는 마찰력의 크기와 방향을 $P=500$ N일 때와 $P=100$ N일 때 각각 구하라. 단, 정마찰계수는 0.30, 동마찰계수는 0.17이다. 힘은 처음에 블록이 정지된 상태에서 작용한다.

- [풀이]** 힘 P 가 작용할 때 블록이 평형상태를 유지할지 미끄러짐이 시작될지 주어진 설명으로부터는 알 수가 없다. 그래서 한 가지 가정치 필요하다. 그림에서 실선 화살표로 표시한 것처럼 마찰력이 경사면의 위쪽으로 향한다고 해두자. 자유물체도로부터 x 및 y 방향의 힘의 평형조건은
- $$\begin{aligned}
 [\Sigma F_x = 0] \quad & P \cos 20^\circ + F - 981 \sin 20^\circ = 0 \\
 [\Sigma F_y = 0] \quad & N - P \sin 20^\circ - 981 \cos 20^\circ = 0
 \end{aligned}$$
- [경우 I]** $P=500$ N
 위의 첫째 식에 P 값을 대입하면
- $$F = -154.3 \text{ N}$$
- 음의 부호는 블록이 평형을 이루면 마찰력은 가정한 것과 반대 방향으로 작용함을 나타내며, 따라서 마찰력은 정선 화살표로 표시한 것처럼 경사면의 아래쪽으로 향한다. 그러나 F 의 크기에 대해서는 경사면이 154.3 N의 마찰력을 지지할 수 있음을 증명할 때까지는 결론을 내릴 수 없다. 이는 둘째 식에 $P=500$ N을 대입함으로써 알아볼 수 있는데, 그 결과는
- $$N = 1093 \text{ N}$$



2019-06-04

Chap6-마찰

11

따라서 경사면이 지지할 수 있는 최대 정마찰력은

$$[F_{\max} = \mu_s N] \quad F_{\max} = 0.30(1093) = 219 \text{ N}$$

이 힘은 평형을 필요한 것보다 더 크므로 평형을 가정한 것이 옳다는 결론을 내릴 수 있다. 따라서

$$F = 154.3 \text{ N (하향)}$$

[경우 II] $P=100$ N

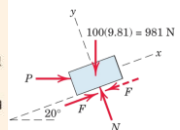
두 평행방정식에 이를 대입하면 다음을 얻는다.

$$F = 242 \text{ N} \quad N = 956 \text{ N}$$

그러나 가능한 최대 정마찰력은 다음과 같다.

$$[F_{\max} = \mu_s N] \quad F_{\max} = 0.30(956) = 191.2 \text{ N}$$

- ② 즉, 242 N의 마찰력은 지지될 수 없다. 그러므로 평형은 존재하지 않으며 마찰력의 정확한 값은 표면에서 운동이 하향으로 일어나므로 동마찰계수를 사용하여 얻어진다. 그러므로
- $$[F_k = \mu_k N] \quad F = 0.17(956) = 162.5 \text{ N (상향)}$$



2019-06-04

Chap6-마찰

12

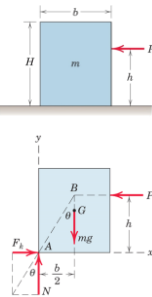
예제 6.4

질량 m , 폭 b , 높이 H 인 균질의 직사각형 블록이 수평면 P 를 받아 수평면 위를 등속도로 움직이고 있다. 블록과 수평면 사이의 동마찰계수는 μ_k 이다. (a) 블록이 미끄러지지 않고 미끄러질 수 있도록 하는 h 의 최댓값을 구하라. (b) $h=H/2$ 일 때 마찰력과 수직력의 합력이 통과하는, 바닥면 위의 점 C 의 위치를 구하라.

|풀이| (a) 블록이 미끄러지고 할 때 평면과 블록 사이의 반력은 점 A 에 작용하게 된다. 블록의 자유물체도는 이런 조건을 보여주고 있다. 블록이 미끄러지고 있으므로 마찰력은 한계값 $\mu_k N$ 이 되고 마찰각은 $\phi = \tan^{-1} \mu_k$ 이다. 동일평면 상에 있는 세 힘이 평형을 이루기 위해서는 한 점을 지나야 하므로 F_f 와 N 의 합력은 P 가 지나는 점 B 를 통과해야 한다. 따라서 블록의 기하학적 조건으로부터

$$\tan \theta = \mu_k = \frac{b/2}{h} \quad h = \frac{b}{2\mu_k}$$

만일 h 가 이 값보다 크면 점 A 에 대한 모멘트 평형이 만족되지 않으므로 블록은 넘어지고 있다.



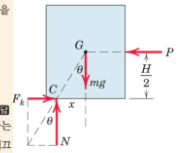
다른 방법으로, 점 A 에 대한 모멘트 평형과 더불어 x 및 y 방향에 대한 힘의 평형조건을 조합하여 h 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 & \quad N - mg = 0 & \quad N = mg \\ \sum F_x = 0 & \quad F_f - P = 0 & \quad P = F_f = \mu_k N = \mu_k mg \\ \sum M_A = 0 & \quad Ph - mg \frac{b}{2} = 0 & \quad h = \frac{mg b}{2P} = \frac{\mu_k mg}{2\mu_k mg} = \frac{b}{2\mu_k} \end{aligned}$$

(b) $h=H/2$ 이면, 이 경우에 대한 자유물체도에서 F_f 와 N 의 합력은 중심 G 를 지나는 수직선으로부터 왼쪽으로 x 만큼 떨어진 점 C 를 통과하는 것을 알 수 있다. 블록이 미끄러지고 있는 한 마찰각은 여전히 $\theta = \phi = \tan^{-1} \mu_k$ 이다. 따라서 기하학적 관계로부터 다음 결과를 얻을 수 있다.

$$\frac{x}{H/2} = \tan \theta = \mu_k \quad \text{또는} \quad x = \mu_k H/2$$

만일 μ_k 를 정마찰계수 μ_s 로 바꾸면, 우리가 구한 해 (a)는 정지상태로부터 넘어지고 하는 조건을, (b)는 정지상태로부터 미끄러지고 하는 조건을 각각 나타낸다.



2019-06-04

Chap6-역할

13

2019-06-04

Chap6-역할

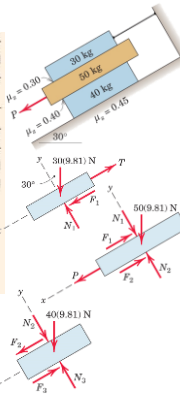
14

예제 6.5

3개의 평행한 블록이 그림과 같이 30° 경사면 위에 놓여 있고, 경사면에 평행한 힘 P 가 가운데 블록에 작용하고 있다. 변 위의 블록은 움직이지 못하도록 벽에 연결된 줄로 고정되어 있다. 각각의 접촉면 사이의 정마찰계수는 그림에 표시된 바와 같다. 어느 블록에도 미끄럼 운동이 일어나지 전까지 가할 수 있는 힘 P 의 최댓값을 구하라.

|풀이| 각 블록에 대한 자유물체도는 그림과 같다. 마찰이 없을 때 발생할 수 있는 상 1 대운동에 반대 방향으로 마찰력의 방향이 설정된다. 운동 직전 상태에 대한 두 가지 가능한 조건을 생각할 수 있다. 즉, 50 kg 블록이 미끄러지고 40 kg 블록은 정지상태를 유지하는 경우와 40 kg 블록과 경사면 사이에 미끄럼이 발생하여 50 kg 블록과 40 kg 블록이 함께 움직이는 경우이다.

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0 & \quad (30\text{-kg}) \quad N_1 - 30(9.81) \cos 30^\circ = 0 & \quad N_1 = 255 \text{ N} \\ & \quad (50\text{-kg}) \quad N_2 - 50(9.81) \cos 30^\circ - 255 = 0 & \quad N_2 = 680 \text{ N} \\ & \quad (40\text{-kg}) \quad N_3 - 40(9.81) \cos 30^\circ - 680 = 0 & \quad N_3 = 1019 \text{ N} \end{aligned}$$



이제 50 kg 블록만 미끄러지고 50 kg 블록은 정지상태에 있다고 가정하자. 따라서 50 kg 블록의 양 표면에서 미끄럼이 발생하고 할 때, 마찰력은 다음과 같다.

$$[F_{\text{max}} = \mu_k N] \quad F_1 = 0.30(255) = 76.5 \text{ N} \quad F_2 = 0.40(680) = 272 \text{ N}$$

50 kg 블록의 운동 직전 상태에 대한 평행방향식은 다음과 같다.

$$[\sum F_x = 0] \quad P - 76.5 - 272 + 50(9.81) \sin 30^\circ = 0 \quad P = 103.1 \text{ N}$$

이제 처음 가정에 대한 타당성을 조사해보자. 40 kg 블록에 대하여 $F_2 = 272 \text{ N}$ 이면 마찰력 F_2 는 다음과 같이 된다.

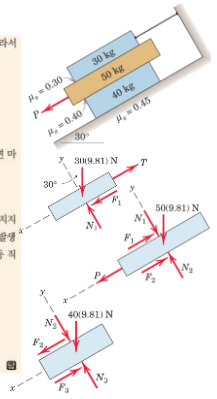
$$[\sum F_x = 0] \quad 272 + 40(9.81) \sin 30^\circ - F_3 = 0 \quad F_3 = 468 \text{ N}$$

그러나 F_3 가 가질 수 있는 최댓값은 $F_3 = \mu_k N_3 = 0.45(1019) = 459 \text{ N}$ 이므로 468 N을 지지할 수 없다. 따라서 처음 가정은 옳지 않으며, 40 kg 블록과 경사면 사이에 미끄럼이 발생하는 것으로 결론지을 수 있다. 올바른 값 $F_3 = 459 \text{ N}$ 을 사용하여 40 kg 블록의 운동 직전 상태에 대한 평행방향식을 세우면 다음과 같다.

$$[\sum F_x = 0] \quad F_2 + 40(9.81) \sin 30^\circ - 459 = 0 \quad F_2 = 263 \text{ N}$$

계속해서 50 kg 블록에 대한 평행방향식으로부터 마침내 P 값을 얻을 수 있다.

$$[\sum F_x = 0] \quad P + 50(9.81) \sin 30^\circ - 263 - 76.5 = 0 \quad P = 93.8 \text{ N}$$



2019-06-04

Chap6-역할

15

2019-06-04

Chap6-역할

16

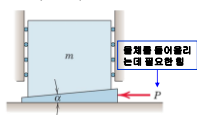
B면 기계류에서 마찰의 응용

6.4 켄기(wedge)

물체의 위치를 미세하게 조정하거나 큰 힘을 작용하기 위한 수단으로 이용
마찰력은 켄기의 운동 반대 방향으로 작용

물체를 들어올리는 힘 계산

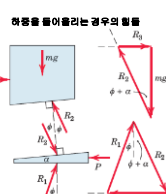
- 켄기를 힘 P 로 밀 때
- 마찰 계수 $\mu = \tan \phi$



⊙ mg given $\Rightarrow R_2$ 계산

물체를 들어올리는 힘은 $R_2 \cos(\alpha + \phi)$

⊙ R_2 known $\Rightarrow P$ 계산



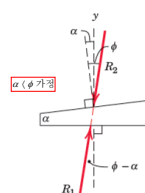
물체를 들어올리는 경우의 힘

자립구속(self locking) 조건

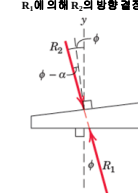
자립구속: 물체를 들어올린 후에 힘 P 를 제거해서 평형을 유지

- 켄기가 빠지 나오려면 켄기의 위면과 아래면이 모두 운동해야 함
- 켄기의 R_1 혹은 아래면의 R_2 중에서 하나만 최대정지마찰력보다 작아도 미끄러지지 않음.
- 두면 물체이므로 자립구속시에 R_1, R_2 는 동일직선상에 위치

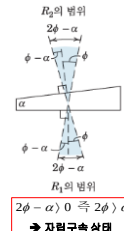
1) 윗면이 미끄러지기 직전 상태
 R_2 는 운동 반대 방향으로 작용
 R_1 에 의해 R_2 의 방향결정



2) 아래면이 미끄러지기 직전 상태
아래면의 마찰력이 최대 정지 마찰력
 R_1 은 운동 반대 방향으로 작용
 R_2 에 의해 R_1 의 방향결정



미끄럼이 발생하지 않는
 $R_1 - R_2$ 의 범위



2019-06-04

Chap6-역할

17

2019-06-04

Chap6-역할

18

6.5 나사(screws)

원리

L : lead(나사 1 회전 시 진행거리)
 r : 나사의 평균 반경
 α : helix angle(나사각)
 $\alpha = \tan^{-1}(\frac{L}{2\pi r})$



R : 양나사가 순나사선의 일부에 가해지는 힘
 (양나사와 같게하는 순나사선의 모든 부분에 작용)

1) 하중을 들어올리는 경우

모멘트 M이 나사를 거꾸로 회전시키는데 충분한 크기일 경우 (최대 정지마찰력)

나사축에 대한 x 의 오일러트: $R = r \sin(\alpha + \phi)$

나사선의 모든 반력에 의한 총 모멘트

$$\Rightarrow \sum (Rr \sin(\alpha + \phi)) = [r \sin(\alpha + \phi)] \sum R$$

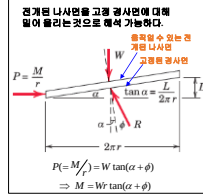
나사선에 대한 오일러트 평형 $M = [r \sin(\alpha + \phi)] \sum R$

나사축 방향 힘의 합

$$W = \sum (R \cos(\alpha + \phi)) = [\cos(\alpha + \phi)] \sum R$$

$$\therefore M = W r \tan(\alpha + \phi)$$

(하중 W를 들어올리는데 필요한 모멘트)



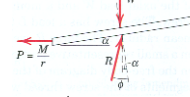
2019-06-04

Chap6-각질

19

2) 하중을 내리는 경우

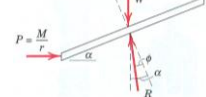
$\alpha < \phi$ 일 때



$$P = \frac{M}{r} = W \tan(\phi - \alpha)$$

$$\Rightarrow M = W r \tan(\phi - \alpha)$$

$\alpha > \phi$ 일 때



$$P = \frac{M}{r} = W \tan(\phi + \alpha)$$

$$\Rightarrow M = W r \tan(\phi + \alpha)$$

활용 조건

하중을 들어 올린 후 외부에서 가한 모멘트 M을 제거했을 때

$\phi = \alpha$ 이면 **물리기 역전 상태**

$\phi > \alpha$ 이면 **자발구속** (물리기 위해서 역력 필요)

$\phi < \alpha$ 이면 **자발구속** (평형을 위해서 반대 방향 모멘트 필요)

활용 방식을 위해서 필요한 모멘트: $M = -W r \tan(\alpha - \phi)$

자발구속조건 Wedge: $2\phi > \alpha$
 Screw: $\phi > \alpha$

2019-06-04

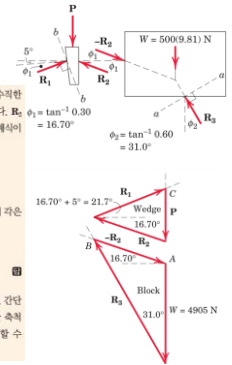
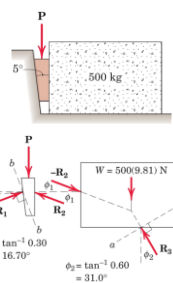
Chap6-각질

20

예제 6.6

기둥기가 5°인 폐기하 힘 P를 작용하여 질량 500 kg인 직사각형 콘크리트 블록의 수평 위치를 조정한다. 폐기의 양쪽 접촉면에서의 정지마찰계수는 0.30이고, 수평 벽과 블록 사이의 정지마찰계수는 0.60이라고 할 때, 블록을 움직이는데 필요한 최소한의 힘 P를 구하라.

해설 폐기와 블록의 자유물체도에서 반력 R_1, R_2, R_3, R_4 는 각각의 법선에 대하여 온
 1 동 직선 상태에 해당하는 마찰각만큼 기울어지게 그려져 있다. 정지마찰의 한계에 해당하는 마찰각은 $\phi = \tan^{-1} \mu$ 로 주어진다. 두 마찰각을 각각 계산하여 그림에 표시하였다.
 편리한 점 A에서 블록의 평형을 나타내는 벡터 선도를 그리기 시작한다. 우선 유일하게 알고 있는 벡터, 즉 블록 무게 W를 그린다. 수직선으로부터 31.0°만큼 기울어진 R_4 를 추가한다. 수평선으로부터의 경사각이 16.7°임을 알고 있는 벡터 $-R_2$ 는 평행다각형이 닫히도록 그려야 한다. 따라서 아래쪽 다각형에서 점 B는 방향을 알고 있는 R_3 와 $-R_2$ 의 교차점으로 결정되며, 이로부터 두 벡터의 크기도 구할 수 있다.
 폐기에 대해서는 앞서 구한 R_3 를 먼저 그리고, 다음에 방향이 알려지지 않은 R_1 를 추가한다. R_1 과 P의 방향은 점 C에서 교차하므로 P의 크기를 구할 수 있다.



2019-06-04

Chap6-각질

21

2019-06-04

Chap6-각질

22

예제 6.7

평균직경이 25 mm, 리드(회전당 전진거리)가 5 mm인 환을 사라나사로 된 바이스가 있다. 나사부에서 정지마찰계수는 0.20이다. 점 A에서 핸들에 수직하게 300 N의 당기는 힘을 가하면 조임(μm) 사이에서 되는 힘이 5 kN이 된다. (a) 조의 몸체에 대한 나사의 수직 (thrust)으로 인하여 점 B에서 발생하는 마찰모멘트 M_B 를 구하라. (b) 바이스를 풀기 위하여 점 A에서 핸들에 수직으로 가해야 할 힘 Q를 구하라.

해설 조의 자유물체도로부터 먼저 나사부의 정지 T를 구한다.

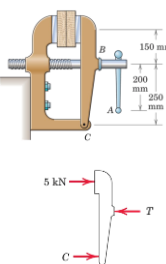
$$\sum M_C = 0 \quad 5(400) - 250T = 0 \quad T = 8 \text{ kN}$$

나선과 a와 마찰각 α 는 다음과 같이 계산된다.

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{L}{2\pi r} = \tan^{-1} \frac{5}{2\pi(12.5)} = 3.64^\circ$$

$$\phi = \tan^{-1} \mu = \tan^{-1} 0.20 = 11.31^\circ$$

여기서 나사의 평균반지름은 $r = 12.5 \text{ mm}$ 이다.



(a) 풀기. 나사를 풀려면 순간의 자유물체도를 그린다. 나사선에 작용하는 모든 힘들을 나사선의 법선으로부터 마찰각 ϕ 만큼 기울어진 단면 힘 R 로 나타내겠다. 나사축에 대하여 가해진 모멘트는 바이스의 정면에서 볼 때 시계방향으로 $300(0.200) = 60 \text{ N}\cdot\text{m}$ 이다. 점 B의 길이에 작용하는 마찰력에 의한 마찰모멘트 M_B 는 운동을 하려는 방향에 반대인 반시계방향이다. 식 (6.3)에서 W에 T를 대입하면 나사부에 작용하는 순모멘트는 다음과 같이 된다.

$$M = T r \tan(\alpha + \phi)$$

$$60 - M_B = 8000(0.0125) \tan(3.64^\circ + 11.31^\circ)$$

$$M_B = 33.3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

(b) 풀기. 나사가 풀리는 순간의 자유물체도에서 R은 나사선의 법선으로부터 운동하러 가는 방향에 반대 방향으로 마찰각만큼 경사지게 그려져 있다. 또한 운동에 반대 방향인 시계방향으로 마찰모멘트 $M_B = 33.3 \text{ N}\cdot\text{m}$ 가 표시되어 있다. R과 나사축 사이의 각은 $\phi = \alpha$ 이다. 순모멘트는 작용모멘트 M에서 M_B 를 뺀 값과 같으므로 식 (6.3a)를 사용하여 다음 결과를 얻을 수 있다.

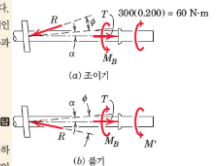
$$M = T r \tan(\phi - \alpha)$$

$$M' = 33.3 - 8000(0.0125) \tan(11.31^\circ - 3.64^\circ)$$

$$M' = 46.8 \text{ N}\cdot\text{m}$$

따라서 바이스를 풀기 위하여 핸들에 가해야 할 힘은 다음과 같다.

$$Q = M'/d = 46.8/0.22 = 214 \text{ N}$$



2019-06-04

Chap6-각질

23

2019-06-04

Chap6-각질

24

6.6 저널 베어링(journal bearing)

저널 베어링(journal bearing): 축방향 또는 추력(thrust) 지지기 아니라 축을 횡방향으로 지지하는 베어링
그림: 축과 베어링이 접촉하는 거의 접촉하고 있는, 긴선 또는 부분윤활 저널 베어링

축이 회전을 계속하는 데 필요한 토크 M

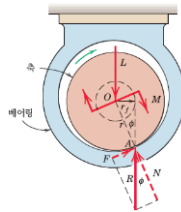
수직방향 힘의 평형 $\rightarrow R=L$ (단 두께는 등분직선 상에는 있지 않다.)

점 A에 대한 모멘트의 합을 0으로 두면

$$M = Lr_f = Lr \sin \phi$$

$$\mu = \tan \phi \text{ 이므로}$$

$$M = \mu Lr$$



L: 축에 가해지는 반지름방향 하중
R: 축과 베어링 접촉점 (A 점)에서의 반력
M: 회전을 계속하는 데 필요한 토크

2019-06-04

Chap6-막달

25

6.7 추력 베어링(thrust bearing) : 원판마찰

원판 마찰 (Disk Friction): 예) 클러치 판, disk brake

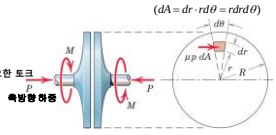
원판에 가해지는 수직압력 $p = P/A = P/\pi r^2$

M: 클러치 판이 전달할 수 있는 최대 토크

또는 한 원판이 다른 원판에 대해 미끄러지게 하는데 필요한 토크

$$M = \int \mu p r dA$$

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^R \mu \frac{P}{\pi R^2} \cdot r \cdot r d\theta dr = \frac{\mu P}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 dr d\theta = \frac{2}{3} \mu P R$$

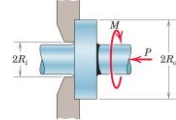


마찰판이 원판(ring)인 경우

$$R_{\text{ring}} \text{에 가해지는 수직압력 } p = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi(R_o^2 - R_i^2)}$$

최대 토크 M

$$M = \frac{\mu P}{\pi(R_o^2 - R_i^2)} \int_{R_i}^{R_o} r^2 dr d\theta = \frac{2}{3} \mu P \frac{R_o^3 - R_i^3}{R_o^2 - R_i^2}$$



2019-06-04

Chap6-막달

26

예제 6.8

벨크랭크(ball crank)가 지름 100 mm의, 회전하지 못하게 고정된 축에 끼워져 있다. 100 N의 수직방향 힘 P의 작용하에 크랭크의 평형을 유지하기 위하여 수평방향 힘 T가 가해진다. 크랭크가 어느 방향으로든 회전하지 않도록 하기 위한 T의 최솟값과 최댓값을 구하라. 크랭크의 베어링 면과 축 사이의 정마찰계수 μ_s 는 0.20이다.

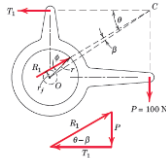
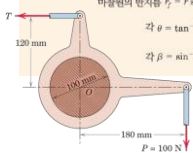
[풀이] 회전 직전(impending rotation) 상태는 고정축이 벨크랭크에 가하는 반력 R이 베어링 면의 법선과 이루는 각이 $\phi = \tan^{-1} \mu$ 일 때, 즉 마찰원에 접할 때 발생한다. 또한 평형조건은 크랭크에 작용하는 세 힘이 점 C에서 만나는 회합력을 이룰 때 만족된다. 이러한 사실들이 두 가지 경우의 운동 직전 상태에 대한 자유물체도에 표시되어 있다. 해를 구하기 전에 다음과 같은 계산들을 해주어야 한다.

$$\text{마찰각 } \phi = \tan^{-1} \mu = \tan^{-1} 0.20 = 11.31^\circ$$

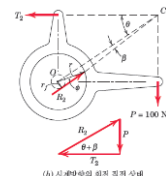
$$\text{마찰원의 반지름 } r_f = r \sin \phi = 50 \sin 11.31^\circ = 9.81 \text{ mm}$$

$$2\phi = \tan^{-1} \frac{120}{180} = 33.7^\circ$$

$$2\phi = \sin^{-1} \frac{r_f}{OC} = \sin^{-1} \frac{9.81}{\sqrt{120^2 + 180^2}} = 2.60^\circ$$



(a) 반시계방향의 회전 직전 상태



(b) 시계방향의 회전 직전 상태

2019-06-04

Chap6-막달

27

(a) 반시계방향의 회전 직전 상태. 힘의 평형상관으로부터

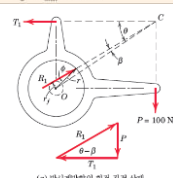
$$T_1 = P \cot(\theta - \beta) = 100 \cot(33.7^\circ - 2.60^\circ)$$

$$T_1 = T_{\text{max}} = 165.8 \text{ N}$$

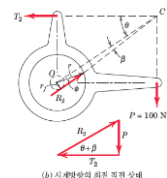
(b) 시계방향의 회전 직전 상태. 이 경우에 대한 힘의 평형상관으로부터

$$T_2 = P \cot(\theta + \beta) = 100 \cot(33.7^\circ + 2.60^\circ)$$

$$T_2 = T_{\text{min}} = 136.2 \text{ N}$$



(c) 반시계방향의 회전 직전 상태



(d) 시계방향의 회전 직전 상태

2019-06-04

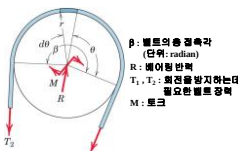
Chap6-막달

28

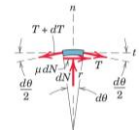
6.8 유연한 벨트(flexible belts)

이용 : 구동 벨트, 밴드 브레이크 등의 설계

밴드 브레이크



β : 벨트의 총 접촉각 (단위: radian)
R: 베어링 반력
 T_1, T_2 : 회전을 방지하는 데 필요한 벨트 장력
M: 토크



벨트가 풀려서 미끄러지기 직전 상태의 미소요소의 평형조건

1. 방향 평형 방정식

$$T \cos \frac{d\theta}{2} + \mu dN = (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2}$$

$$\mu dN = dT \quad (\because \cos \frac{d\theta}{2} \approx 1 \text{ 미소각})$$

2. 방향 평형 방정식

$$dN = (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} + T \sin \frac{d\theta}{2}$$

$$dN = T d\theta \quad (\because \sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \text{ 미소각})$$

$$\therefore \mu T d\theta = dT \rightarrow \frac{dT}{T} = \mu d\theta$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \int_0^{\theta} (\mu d\theta), \ln \frac{T_2}{T_1} = \mu \beta, \therefore T_2 = T_1 e^{\mu \beta}$$

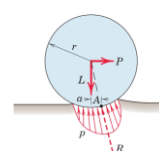
2019-06-04

Chap6-막달

29

6.9 구름저항(rolling resistance)

구름은 바퀴와 이를 지지하는 면 사이의 접촉점에서 발생하는 변형이 구름에 대한 저항을 유발



L: 바퀴의 축에 가해지는 하중
P: 바퀴중심에 가해져서 구름을 일으키는 힘
p: 바퀴와 지지면의 접촉면적에 분포하는 압력
R: 분포력 p의 합력 (A 점에 작용)

점 A에 작용하는 분포력의 합력 R은 바퀴가 평형을 이루기 위하여 반드시 중심을 통과해야 한다.

분포력으로 굴러가도록 하는 데 필요한 힘 P는 점 A에 대한 모든 힘들의 모멘트를 0으로 함으로써 구할 수 있다.

$$P' = \frac{a}{r} L = \mu_r L \quad (r: \text{의 모멘트 팔})$$

$$\mu_r = a/r: \text{구름저항계수(coefficient of rolling resistance)}$$

법선력에 대한 저항력의 비이며, 정마찰계수 또는 동마찰계수의 개념과 유사하다.

2019-06-04

Chap6-막달

30

예제 6.9

100 kg의 하중을 지지하고 있는 유연한 케이블이 고정된 원형 드럼을 지나 평행을 유지하기 위한 힘 P 의 작용을 받고 있다. 케이블과 드럼 사이의 정마찰계수 μ 는 0.30이다. (a) $\alpha=0^\circ$ 일 때, 하중을 올리거나 내리지 않도록 하는 힘 P 의 최댓값과 최솟값을 구하라. (b) $P=500\text{ N}$ 일 때, 하중이 미끄러져 내려가기 직전에 각 α 가 가질 수 있는 최솟값을 구하라.

|풀이| 케이블이 고정된 드럼 위로 미끄러지는 순간은 식 (6.7)에 의하여 $T_2/T_1 = e^{\mu\beta}$ 로 주어진다.

- ① (a) $\alpha=0^\circ$ 일 때 접촉각은 $\beta=\pi/2\text{ rad}$ 이다. 하중이 위로 움직이려는 순간에 $T_2=P_{\text{max}}$ 이고 $T_1=981\text{ N}$ 이므로 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$P_{\text{max}}/981 = e^{(0.30)(\pi/2)} \quad P_{\text{max}} = 981(1.602) = 1572\text{ N}$$

하중이 아래로 움직이려는 순간에는 $T_2=981\text{ N}$, $T_1=P_{\text{min}}$ 이 된다. 따라서

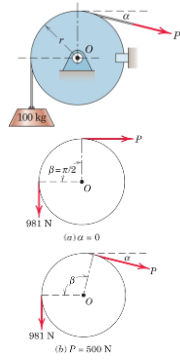
$$981/P_{\text{min}} = e^{(0.30)(\pi/2)} \quad P_{\text{min}} = 981/1.602 = 612\text{ N}$$

- (b) $T_2=981\text{ N}$ 이고 $T_1=P=500\text{ N}$ 이므로, 식 (6.7)에 대입하면 다음 결과를 얻는다.

$$981/500 = e^{(0.30)\beta} \quad 0.30\beta = \ln(981/500) = 0.674$$

$$\beta = 2.25\text{ rad} \quad \text{즉} \quad \beta = 2.25 \left(\frac{360}{2\pi} \right) = 128.7^\circ$$

$$\alpha = 128.7^\circ - 90^\circ = 38.7^\circ$$



2019-06-04

Chap6-막달

31

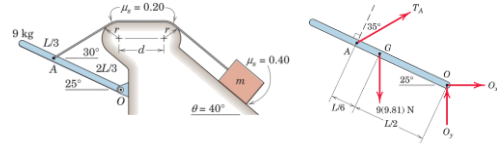
예제 6.10

제가 정지평형을 이루도록 하는 블록 질량 m 의 범위를 결정하라. 케이블과 뒷면 곡선부 사이의 정마찰계수는 0.20이고, 블록과 경사면 사이의 정마찰계수는 0.40이다. 피봇 O 에서의 마찰은 무시한다.

|풀이| 가늘고 균일한 막대 OA 의 자유물체도로부터 점 A 에서의 장력 T_A 를 구할 수 있다.

$$[\Sigma M_O = 0] \quad -T_A \left(\frac{2L}{3} \cos 35^\circ \right) + 9(9.81) \left(\frac{L}{2} \cos 25^\circ \right) = 0$$

$$T_A = 73.3\text{ N}$$



2019-06-04

Chap6-막달

32

경우 I. 블록 m 이 경사면을 올라가기 직전 상태

장력 $T_A=73.3\text{ N}$ 이 가해진 동안 면에 관련된 두 가지 장력 중 큰 쪽과 같다. 식 (6.7)로부터

$$① [T_2 = T_1 e^{\mu\beta}] \quad 73.3 = T_1 e^{(0.20)(30^\circ - 40^\circ)(\pi/180^\circ)} \quad T_1 = 57.4\text{ N}$$

경우 I에 대한 블록의 자유물체도로부터

$$[\Sigma F_x = 0] \quad N - mg \cos 40^\circ = 0 \quad N = 0.766mg$$

$$[\Sigma F_y = 0] \quad -57.4 + mg \sin 40^\circ + 0.40(0.766mg) = 0$$

$$mg = 60.5\text{ N} \quad m = 6.16\text{ kg}$$

경우 II. 블록 m 이 경사면을 내려가기 직전 상태

장력 $T_A=73.3\text{ N}$ 은 변함이 없으나, 이 경우에는 식 (6.7)의 두 가지 장력 중 작은 쪽과 같다.

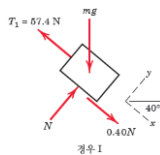
$$[T_2 = T_1 e^{\mu\beta}] \quad T_2 = 73.3 e^{(0.20)(30^\circ - 40^\circ)(\pi/180^\circ)} \quad T_2 = 93.5\text{ N}$$

경우 II에 대한 블록의 자유물체도에서 수직력 N 은 경우 I에 비해 작아진다.

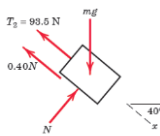
$$[\Sigma F_x = 0] \quad -93.5 - 0.40(0.766mg) + mg \sin 40^\circ = 0$$

$$mg = 278\text{ N} \quad m = 28.3\text{ kg}$$

- ② 따라서 구하고자 하는 범위는 $6.16 \leq m \leq 28.3\text{ kg}$ 이다.



경우 I



경우 II

2019-06-04

Chap6-막달

33